B. MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME

PREAMBULE :

Un champ électrique est crée au voisinage d'une particule chargée. Un champ électrostatique $\vec{E}$ uniforme a même valeur, même direction et même sens en tout point de l'espace. Il s'obtient par exemple entre deux armatures métalliques planes P et N séparées d'une distance d, entre lesquelles est appliquée une tension U_{PN}. Ce champ $\vec{E}$ est alors orthogonal aux armatures, orienté de l'armature de plus haut potentiel vers l'armature de plus bas potentiel. (fig 1.)

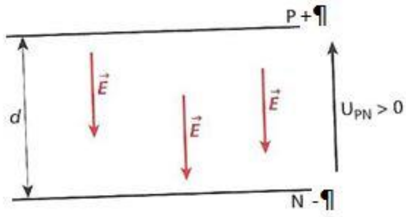

Fig 1. Représentation du champ électrostatique au sein d'un condensateur plan.

La valeur du champ électrostatique est donnée par la relation : $E = \frac{U_{PN}}{d}$

Avec E en $V.m^{-1}$, d en mètre (m) et U_{PN} en volt (V)

Une particule de masse m porte une charge q. Placée dans un champ électrostatique $\vec{E}$ uniforme, elle est soumise à une force électrique $\vec{F}$ définie par $\vec{F} = q.\vec{E}$

Avec F en newton (N), q en coulomb (C) et E en $V.m^{-1}$

Son poids P est considéré comme négligeable devant la valeur F de $\vec{F}$.

Données : Le champ électrostatique est créé entre deux armatures P et N d'un condensateur plan séparées d'une distance d = 1,0 cm sous une tension U_{PN} = 500 V. La particule est un proton de charge électrique $q = e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C et de masse $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg

A l'aide des données répondre aux questions suivantes :

1. Calculer la valeur du champ électrostatique E.

2. Est-il possible de négliger le poids P de la particule devant la force électrique F ? Justifier.

3. Représenter (sur la figure 2) la force $\vec{F}$ subie par la particule. Comparer la direction et le sens de $\vec{F}$ et $\vec{E}$. Pourrait-on en dire autant si la particule était un électron ? Justifier et représenter cette force sur la figure 3

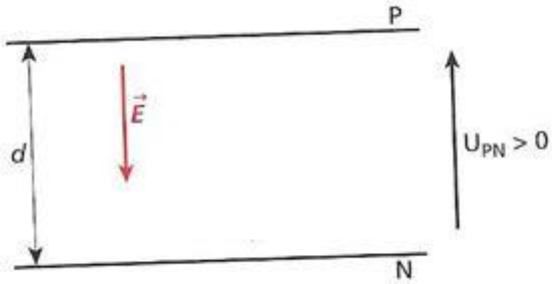

Fig 2. (particule : proton)

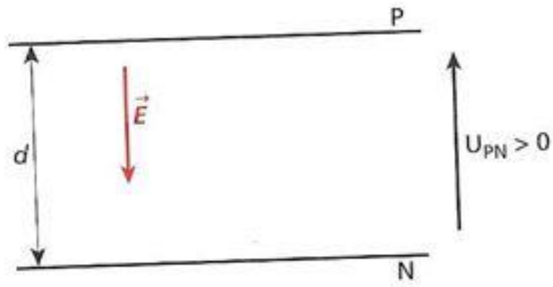

Fig 3. (particule : électron)

ACCELERATION D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME :

Une particule chargée (un proton) de masse m et de charge électrique (q=e) se trouve dans un condensateur plan (comme décrit ci-dessus). L'objectif est de connaître l'accélération subie par cette particule.

Afin d'y parvenir vous répondrez aux questions suivantes :

4. Indiquer quel est le système étudié, le référentiel d'étude et le bilan des forces exercées sur le système.

5. En utilisant vos connaissances, montrer que l'accélération est $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

6. Comparer le sens et la direction de $\vec{F}$, $\vec{a}$ et $\vec{E}$. Compléter la figure 2 en traçant $\vec{a}$.

Aurait-on le même résultat si la particule était un électron ? Comparer le sens et la direction de $\vec{F}$, $\vec{a}$ et $\vec{E}$ dans ce cas puis compléter la figure 3 en traçant $\vec{a}$.

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME

Un faisceau de protons pénètre dans un condensateur plan où règne un champ électrostatique uniforme avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ perpendiculaire au champ $\vec{E}$. (fig. 2)

7. A l'aide des questions précédentes et des coordonnées du vecteur vitesse initial $\overrightarrow{V_0}$ exprimer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}(t)$ d'un proton.

8. A l'aide des questions précédentes et de la position initiale du proton (en O), exprimer les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}(t)$ d'un proton.

9. Etablir l'équation de la trajectoire du proton dans le condensateur plan, puis la dessiner sur la figure 4.

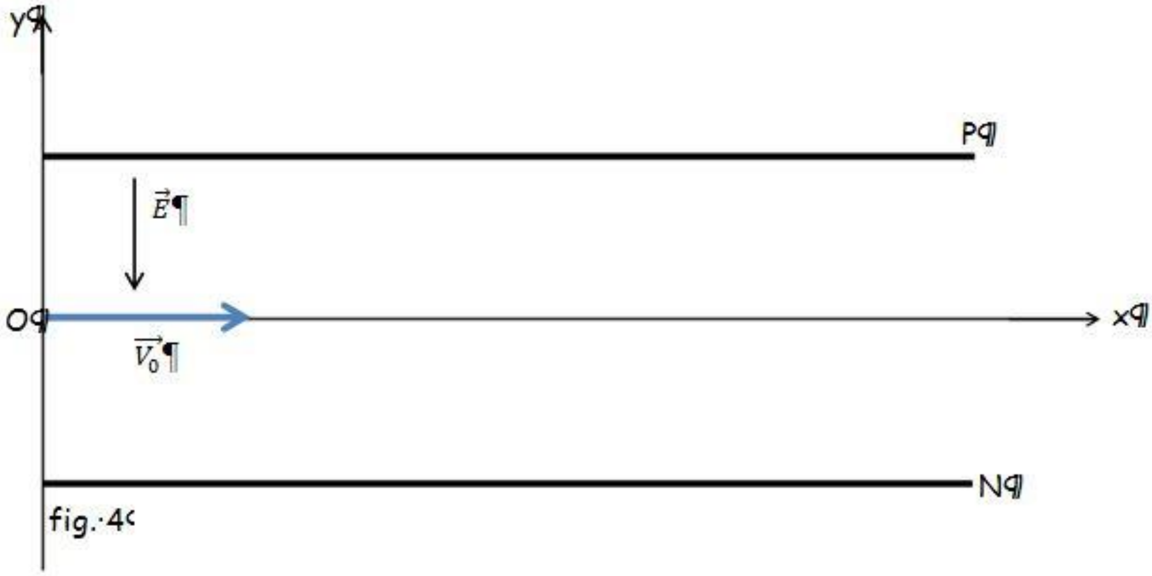

fig. 4

10. Quelle aurait été l'équation de la trajectoire si la particule était un électron (charge q = -e)? La représenter sur la figure 5. Même question si la particule était une particule alpha (noyau d'Hélium de charge q = 2e) ?

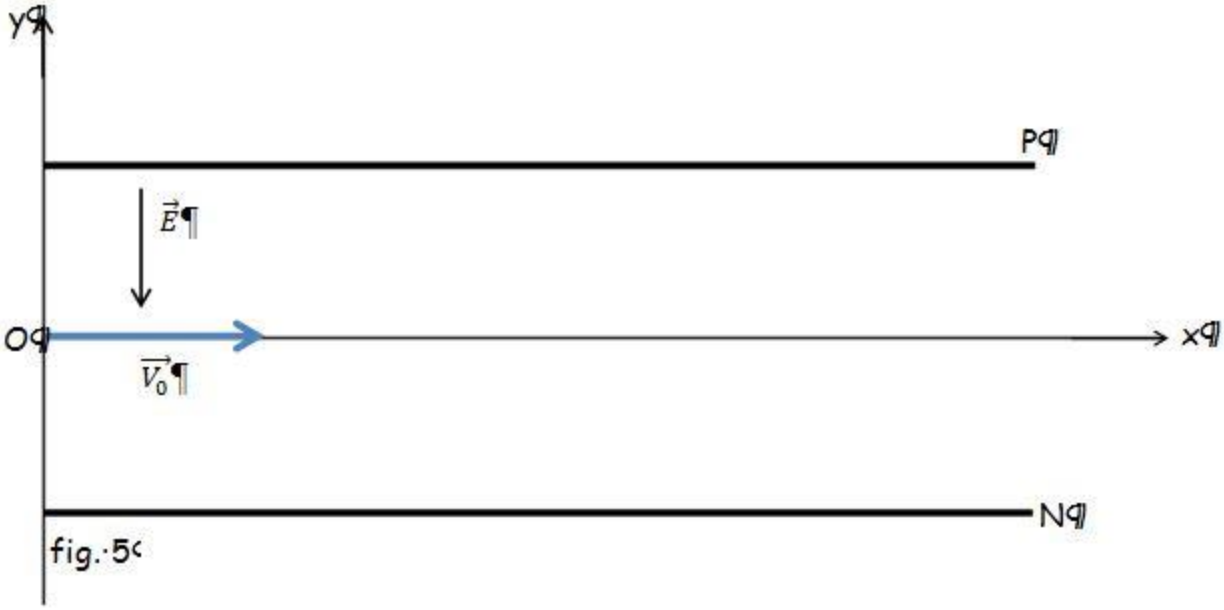

fig. 5

Eléments de correction :

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME

PREAMBULE :

Un champ électrostatique $\vec{E}$ uniforme a même valeur, même direction et même sens en tout poin t de l'espace. Il s'obtient par exemple entre deux armatures métalliques planes P et N séparées d'une distance d, entre lesquelles est appliquée une tension U_{PN}. Ce champ $\vec{E}$ est alors orthogonal aux armatures, orienté de l'armature de plus haut potentiel vers l'armature de plus bas potentiel. (fig 1.)

La valeur du champ électrostatique est donnée par la relation : $E = \frac{U_{PN}}{d}$

Avec E en $V.m^{-1}$, d en mètre (m) et U_{PN} en volt (V)

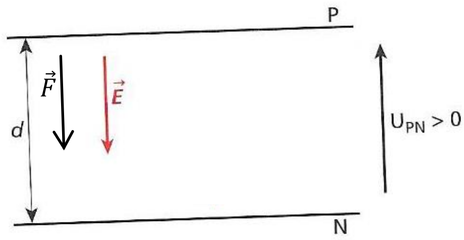

Fig 1. Représentation du champ électrostatique au sein d'un condensateur plan.

Une particule de masse m porte une charge q. Placée dans un champ électrostatique $\vec{E}$ uniforme, elle est soumise à une force électrique $\vec{F}$ définie par $\vec{F} = q.\vec{E}$

Avec F en newton (N), q en coulomb (C) et E en $V.m^{-1}$

Son poids est considéré comme négligeable devant la valeur de $\vec{F}$.

Données : Le champ électrostatique est créé entre deux armatures P et N d'un condensateur plan séparées d'une distance d = 1,0 cm sous une tension U_{PN} = 500 V. La particule est un proton de charge électrique $q = e = 1,6\times10^{-19}$ C et de masse $m = 1,67\times10^{-27}$ kg. On prendra $g = 9,81\ m.s^{-2}$

A l'aide des données répondez aux deux questions suivantes :

1. Calculons la valeur du champ électrostatique E. On a $E = \frac{U_{PN}}{d}$ soit $E = \frac{500}{0,01} = 5,0\times10^{4}\ V.m^{-1}$

2. Pour savoir s'il est possible de négliger le poids P de la particule devant la force électrique F il faut calculer les deux puis les comparer.
Calculons tout d'abord le poids P du proton. On a P = m.g soit $P = 1,67\times10^{-27} \times 9,81 = 1,64 \times 10^{-26}$ N
Ensuite nous allons calculer la valeur de la force F électrique. On a F = q. E
soit $F = 1,6\times10^{-19} \times 5,0\times10^{4} = 8,0\times10^{-15}$ N
En comparant P et F on s'aperçoit que F est 5×10^{11} fois plus grande que P. (En effet $\frac{F}{P} = 5\times10^{11}$), il est donc possible de négliger l'influence du poids.

3. Représentons (sur la figure 1) la force $\vec{F}$ subie par la particule. (échelle 1cm pour= $4,0\times10^{-15}$ N). Comme la charge du proton est positive alors $\vec{F}$ à la même direction et le même sens que $\vec{E}$. En revanche la charge d'un électron étant négative on aurait $\vec{F}$ avec la même direction que $\vec{E}$ mais de sens opposé.

ACCELERATION D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME :

Une particule chargée de masse m et de charge électrique q=+e se trouve dans un condensateur plan (comme décrit ci-dessus). L'objectif est de connaître l'accélération subie par cette particule.

Afin d'y parvenir vous répondrez aux questions suivantes :

4. Routine : le système étudié est la particule.
Le référentiel d'étude est terrestre considéré galiléen (car la durée de l'expérience est courte devant la rotation de la Terre)

Bilan des force : force électrique $\vec{F}$ et le poids de la particule que l'on va négliger.

5. Deuxième loi de Newton : (avec m constante) $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ soit $q\vec{E} = m\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

6. Si q est positive alors $\vec{a}$, $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de même direction et de même sens.

Si q est négative alors $\vec{a}$, $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de même direction mais de sens contraire.

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE

Un faisceau de protons pénètre dans un condensateur plan où règne un champ électrostatique uniforme avec une vitesse initiale perpendiculaire au champ $\vec{E}$. (fig. 2)

7. A l'aide des questions précédente et des coordonnées du vecteur vitesse initial $\overrightarrow{V_0}$ exprimons les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}(t)$ d'un proton.

Coordonnées de $\overrightarrow{v_0}$: (il n'y a pas d'angle entre l'axe des abscisses et $\overrightarrow{v_0}$ d'où :

$$\overrightarrow{v_0} \begin{cases} v_{0_x} = v_0 \cos\alpha = v_0 \\ v_{0_y} = v_0 \sin\alpha = 0 \end{cases}$$

La relation $\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$ permet d'écrire les coordonnées du vecteur accélération, puis par intégration, celles du vecteur vitesse

$$\vec{a}\,(t) \begin{cases} a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = 0 \\ a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t) = -\frac{qE}{m} \end{cases}$$

En intégrant, on obtient :

$$\vec{v}\,(t) \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -\frac{qE}{m}\,t \end{cases}$$

8. A l'aide des questions précédente et de la position initiale du proton (en O), exprimons les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}(t)$ d'un proton.

$$\overrightarrow{OG}\,(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \,.\, t \\ y(t) = -\frac{1}{2}\frac{q.E}{m}t^2 \end{cases}$$

9. Par analogie avec la chute libre, on a l'équation de la trajectoire :

$y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$ (équation de la trajectoire parabolique)

- Quand la particule porte une charge q<0, la trajectoire parabolique est tournée dans le sens opposé au champ $\vec{E}$.

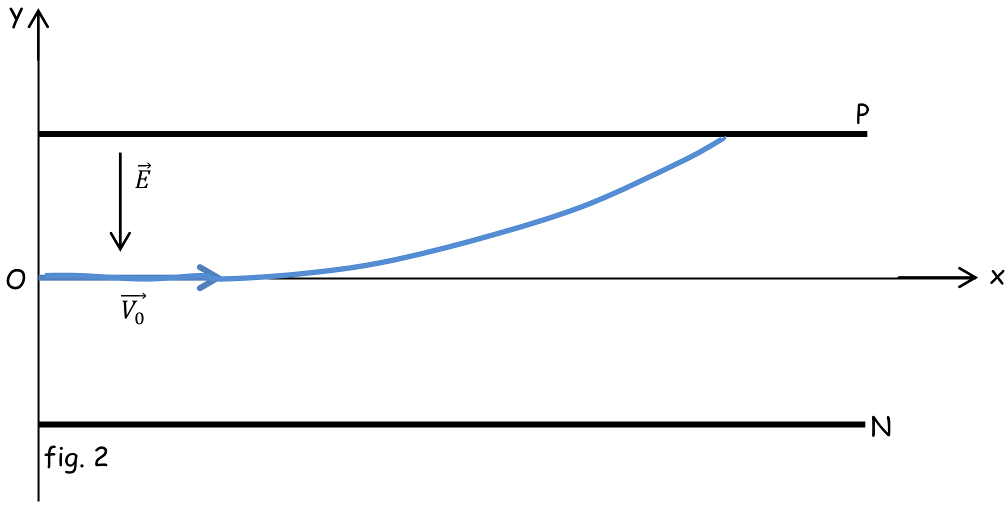

fig. 2

10. Quelle aurait été l'équation de la trajectoire si la particule était une particule alpha (noyau d'Hélium) ?

Quand la particule porte une charge q>0, la trajectoire parabolique est tournée dans le sens du champ $\vec{E}$.