

MOUVEMENTS DES SATELLITES ET PLANETES

1. CINEMATIQUE DES MOUVEMENTS CIRCULAIRES

- Vitesse et accélération

Dans le repère de Frenet (A; u_t, u_n), les coordonnées des vecteurs vitesse \vec{v} et accélération \vec{a} d'un point mobile en mouvement circulaire sont :

$$\vec{v} \begin{cases} v_t = v \\ v_n = 0 \end{cases} \quad \vec{a} \begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} \\ a_n = \frac{v^2}{r} \end{cases}$$

- ▶ u_t est un vecteur unitaire tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement
- ▶ u_n est un vecteur unitaire normal à u_t et orienté vers le centre O de la trajectoire.

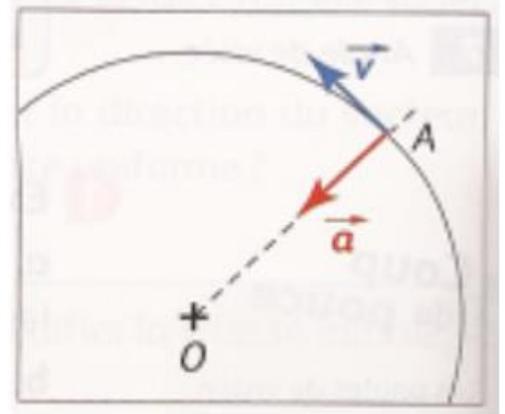
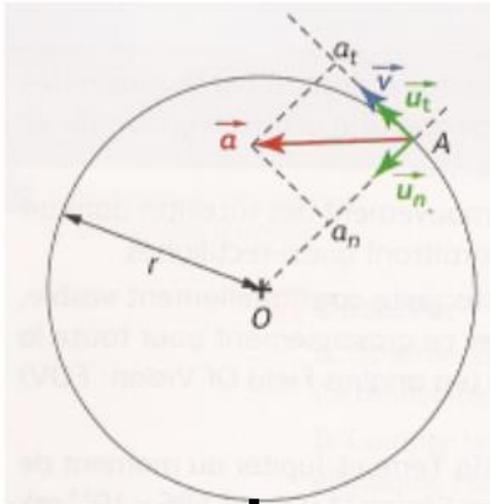
Le vecteur accélération est **centripète** (orienté vers le centre du cercle).

- Cas du mouvement circulaire uniforme.

On a alors $v = \text{cte}$ donc $\frac{dv}{dt} = 0$ soit

$$a_t = 0$$

Le vecteur accélération est **radial** (dirigé le long du rayon); sa



leur valeur est constante : $a = a_n = \frac{v^2}{r}$

v en m.s^{-1} , r : rayon de la trajectoire en m, a en m.s^{-2}

2. SATELLITE EN ORBITE CIRCULAIRE

- L'interaction gravitationnelle
-

Loi d'attraction gravitationnelle énoncée par Newton (1666) :

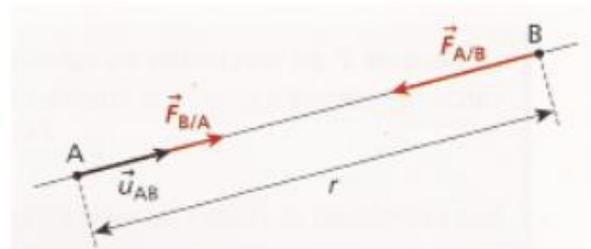
Deux corps ponctuels A et B, de masses m_A et m_B , exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction opposées vérifiant :

$$\vec{F}_{A/B} = - \vec{F}_{B/A} = - G \frac{m_A m_B}{r^2} \vec{u}_{AB} \text{ avec } r = AB \text{ et } G : \text{constant de}$$

gravitation universelle $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$

\vec{u}_{AB} : vecteur unitaire dirigé de A vers B.

La loi reste valable pour des corps à répartition sphérique de masse (ex : la Terre), ou suffisamment éloignés l'un de l'autre.



- Etude dynamique

système étudié : un satellite S considéré ponctuel, de masse m.

Référentiel astrocentrique (géocentrique pour les satellites terrestres, héliocentrique pour les planètes) considéré comme galiléen.

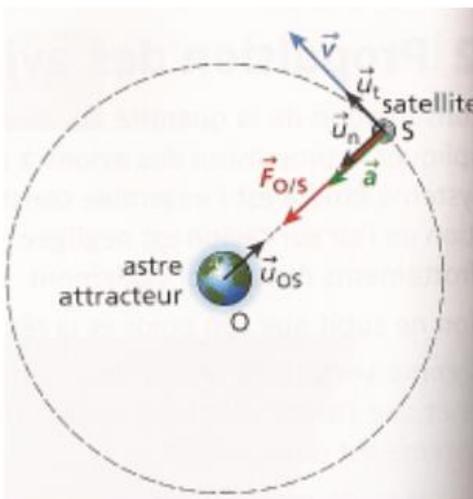
Le satellite est en mouvement circulaire avec une trajectoire de rayon r et de centre O, centre de l'astre de masse M.

On considère que S est uniquement soumis à la force d'attraction gravitationnelle \vec{F} exercée par l'astre : $\vec{F} = - G \frac{mM}{r^2} \vec{u}_{Os}$ (\vec{u}_{Os} vecteur unitaire orienté de O vers S).

La deuxième loi de Newton s'écrit : $\vec{F} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = - G \frac{M}{r^2} \vec{u}_{Os}$

L'accélération du satellite s'exprime, dans le repère de Frenet :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + \frac{v^2}{r} \vec{u}_n$$



Puisque la trajectoire est circulaire le vecteur \vec{u}_{OS} et le vecteur \vec{u}_n sont opposés.

On en déduit $\vec{a} = G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r$ dont les coordonnées sont $a_t = 0$ et $a_n = \frac{v^2}{r}$

Par identification, on peut déduire : $\frac{dv}{dt} = 0$ et $\frac{v^2}{r} = G \frac{M}{r^2}$

- ▶ $\frac{dv}{dt} = 0$ implique que la vitesse est constante. Le mouvement est donc uniforme.
- ▶ $\frac{v^2}{r} = G \frac{M}{r^2}$ implique que la valeur de la vitesse est : $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

- Période de révolution T

C'est la durée d'une révolution du satellite autour de l'astre.

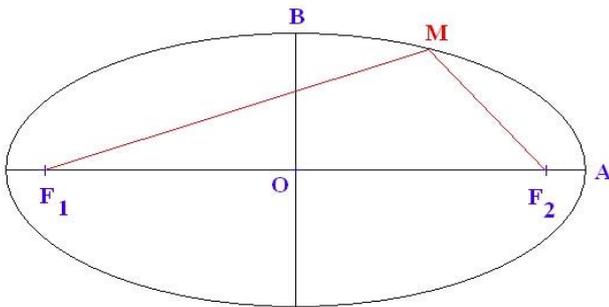
Distance parcourue : $2\pi r$ à la vitesse constante v

$$v = \frac{2\pi r}{T} \text{ d'où } T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

3. LOIS DE KEPLER (1571-1630)

Rappels :

Une ellipse est l'ensemble des points dont la somme des distances à deux points fixes (les foyers F et F') est une constante : $r_1 + r_2 = 2a$ ($2a$ est le grand axe de l'ellipse).



Historique :

Les astronomes ont essayé, dès l'Antiquité, de prévoir les déplacements des planètes.

IIème siècle avant JC : Ptolémée considère que la Terre, autour de laquelle tournent le Soleil et les planètes, occupe le centre du monde.

1543 : Copernic (1473-1543) considère que le Soleil est le centre du monde. Il est à l'origine du système héliocentrique.

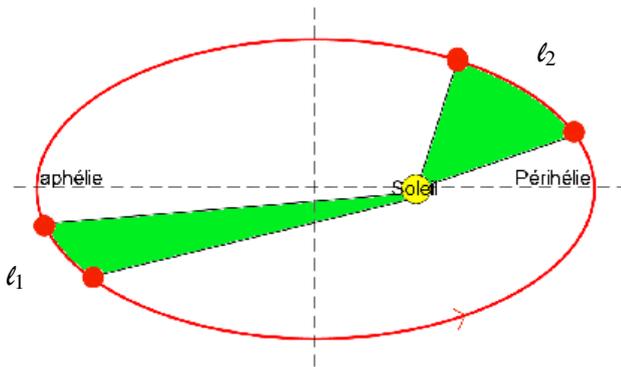
XVIème siècle : Kepler (1571-1630) formule à partir des observations de son maître Tycho Brahé (1546-1601), trois lois décrivant le mouvement des planètes autour du Soleil.

Première loi (ou loi des orbites)

Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont le centre du Soleil est l'un des foyers.

Deuxième loi (ou loi des aires)

Le segment de droite reliant le Soleil à la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.



pendant la même durée, la planète parcourt l_1 ou l_2 .

$l_1 < l_2$, soit $v_1 < v_2$

Le centre de la planète a une vitesse plus grande lorsque la planète se rapproche du Soleil (elle est maximale au périkélie et minimale à l'aphélie).

Troisième loi (ou loi des périodes)

Le rapport du carré de la période de révolution T d'une planète autour du Soleil au cube du demi-grand axe

a de l'ellipse est constant : $\frac{T^2}{a^3} = k$ (cte)

La valeur de cette constante k est la même pour toutes les planètes du système solaire.

Les lois de Kepler s'appliquent aux mouvements des satellites de la Terre étudiés dans le référentiel géocentrique (la constante k prenant une autre valeur).